1PRO Maths	Chapitre 03 – Dérivée et variations d'une fonction – Fonction inverse

Activité 1 – Tangente – Nombre dérivé – Fonction dérivée – Sens de variation

Tangente – Nombre dérivé

1. Tracer sur la calculatrice (**utiliser** la couleur bleue) la courbe représentative de la fonction $f(x)=x^2$ Calc 16.

Fenêtre graphique :
$Xmin=-2{,}5$; $Xmax=2{,}5$; $Xgrad=0{,}5$.
$Ymin=-5$; $Ymax=7$; $Ygrad=1$.

2.1. Tracer la tangente à la courbe en $x=1$ Calc 21 puis **relever** son équation.

2.2. Expliquer ce qu'est la tangente à une courbe en un point d'abscisse donné Cours 1.

3. On appelle nombre dérivé d'une fonction f en un point d'abscisse x_0 le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse x_0. On le note $f'(x_0)$ Cours 1.

3.1. Indiquer comment se note le nombre dérivé de la fonction $f(x)=x^2$ en $x_0=1$.

3.2. Donner la valeur du nombre dérivé de la fonction $f(x)=x^2$ en $x_0=1$.

3.3. Reproduire et compléter le tableau ci-après.

x	–2	–1	0	1	2
$f'(x)$				2	

Fonction dérivée – Sens de variation

4.1. Observer le tableau précédent et donner l'expression de la fonction qui permet de trouver le nombre dérivé de la fonction $f(x)=x^2$ pour toutes les valeurs de x. Cette fonction est la fonction dérivée de $f(x)$. On la note $f'(x)$ Cours 2.

4.2. Tracer sur la calculatrice (**utiliser** la couleur rouge) la courbe représentative de la fonction $f'(x)$.

5. Comparer le signe de la fonction $f'(x)$ et le sens de variation de la fonction $f(x)$. **Émettre** une conjecture par rapport à cette comparaison Cours 4.

MAES Olivier

6. Reproduire et **compléter** le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-2{,}5\,;2{,}5]$.

x	
Signe de $f'(x)$	
Variations de $f(x)$	

Calculer une fonction dérivée

Pour calculer une fonction dérivée on applique des règles de calcul Cours 3 qu'il faut connaître par coeur.

7. La fonction $f(x)=a$ avec a un nombre quelconque (constante) admet pour fonction dérivée la fonction $f'(x)=0$. **Calculer** les fonctions dérivées de :

7.1. $f(x)=10$

7.2. $f(x)=-32$

7.3. $f(x)=0$

7.4. $f(x)=1\,000\,000\,000$

8. La fonction du premier degré $f(x)=ax+b$ avec a et b des nombres quelconques admet pour fonction dérivée la fonction $f'(x)=a$. **Calculer** les fonctions dérivées de :

8.1. $f(x)=5x+10$

8.2. $f(x)=x-3$

8.3. $f(x)=-3x+4$

8.4. $f(x)=x+2$

8.5. $f(x)=5-x$

8.6. $f(x)=4x$

9. Les fonctions qui sont de la forme $a\times u(x)$ (produit d'un nombre quelconque a par une fonction $u(x)$) admettent comme fonction dérivée la fonction $a\times u'(x)$. Ainsi, la fonction $f(x)=3x^2$ (où $a=3$ et $f(x)=x^2$) admet pour fonction dérivée la fonction $f'(x)=3\times 2x=6x$ (où $a=3$ et $f'(x)=2x$). **Calculer** (en détaillant les calculs) les fonctions dérivées de :

9.1. $f(x)=4x^2$

9.2. $f(x)=-5x^2$

9.3. $f(x)=-x^2$

9.4. $f(x)=\dfrac{x^2}{2}$

9.4. $f(x)=-\dfrac{3}{4}x^2$

9.5. $f(x)=0{,}25x^2$

10. Les fonctions qui sont de la forme $u(x)+v(x)$ (somme de deux fonctions $u(x)$ et $v(x)$) admettent comme fonction dérivée la fonction $u'(x)+v'(x)$ (somme de deux fonctions $u'(x)$ et $v'(x)$). Ainsi, la fonction $f(x)=3x^2+5x+10$ (où $u(x)=3x^2$ et $v(x)=5x+10$) admet pour fonction dérivée la fonction $f'(x)=3\times 2x+5=6x+5$ (où $u'(x)=6x$ et $v'(x)=5$). **Calculer** (en détaillant les calculs) les fonctions dérivées de :

10.1. $f(x)=7x^2-5x+9$

10.2. $f(x)=-x^2+x-5$

10.3. $f(x)=x^2-x+4$

10.4. $f(x)=3x^2+7x$

10.4. $f(x)=-5x^2+7$

10.5. $f(x)=5+4x-7x^2$

Exercices

Exercice 1

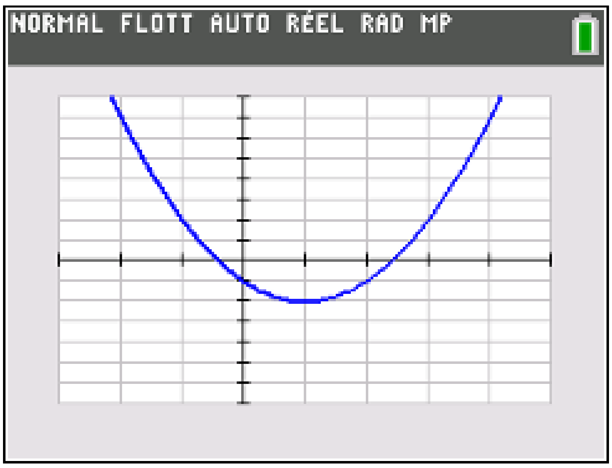
1. Donner en utilisant la notation appropriée le nombre dérivé de la fonction $f(x)$ en $x=5$ sachant qu'en ce point la tangente à la courbe représentative de la fonction f à pour équation $y=2x+3$.

2. Donner en utilisant la notation appropriée le nombre dérivé de la fonction $g(x)$ en $x=-4$ sachant qu'en ce point la tangente à la courbe représentative de la fonction g à pour équation $y=-x+4$.

3. Donner en utilisant la notation appropriée le nombre dérivé de la fonction $h(x)$ en $x=2$ sachant qu'en ce point la tangente à la courbe représentative de la fonction h à pour équation $y=2$.

Exercice 2

On donne ci-après la représentation graphique de la fonction $f(x)=x^2-2x-1$ sur l'intervalle $[-3;5]$ avec une graduation en abscisses et en ordonnées toutes les 1 unité.



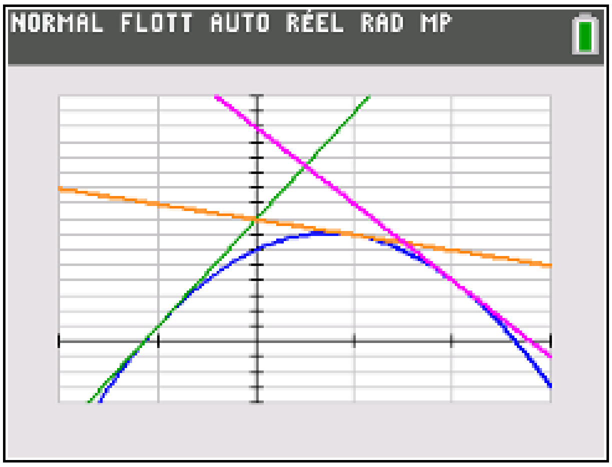
1. **Placer** sur la courbe le point $A(-1;2)$. **Tracer** la tangente à la courbe en ce point sachant que son équation est $y=-4x-2$. **Donner** la valeur de $f'(-1)$.

2. **Placer** sur la courbe le point $B(1;-2)$. **Tracer** la tangente à la courbe en ce point sachant que son équation est $y=-2$. **Donner** la valeur de $f'(1)$.

3. **Placer** sur la courbe le point $C(2;-1)$. **Tracer** la tangente à la courbe en ce point sachant que son équation est $y=2x-5$. **Donner** la valeur de $f'(2)$.

Exercice 3

On donne ci-après la représentation graphique de la fonction $f(x)=-2x^2+3x-1$ sur l'intervalle $[-2;3]$ avec une graduation en abscisses et en ordonnées toutes les 1 unité.



1. **Placer** sur la courbe le point $A(-1;1)$. **Donner** l'équation de la tangente à la courbe en ce point. **Donner** la valeur de $f'(-1)$.

2. **Placer** sur la courbe le point $B(1;7)$. **Donner** l'équation de la tangente à la courbe en ce point. **Donner** la valeur de $f'(1)$.

3. **Placer** sur la courbe le point $C(2;4)$. **Donner** l'équation de la tangente à la courbe en ce point. **Donner** la valeur de $f'(2)$.

Exercice 4

Calculer les fonctions dérivées de chacune des fonctions ci-après. **Détailler** les calculs et **réduire** les expressions obtenues si nécessaire.

1. $f(x)=-5x$

2. $f(x)=3{,}3x^2+39{,}6x+87$

3. $f(x)=76x^2-1250x-200$

4. $f(x)=-2x^2+16x+150$

5. $f(x)=7x+12$

6. $f(x)=-6x^2+50x+12$

7. $f(x)=-200x^2+21\,000x-540\,000$

8. $f(x)=\frac{x^2}{4}+2$

9. $f(x)=4x^2+3$

10. $3x^2-3x+2$

11. $-2x^2+x-5$

12. x^2-4x+6

13. $-x^2-2x+1$

14. $4x^2+3$

15. $-3x^2+4x$

16. $2x-5x^2+6$