2PRO Maths

Chapitre 02 – Probabilités

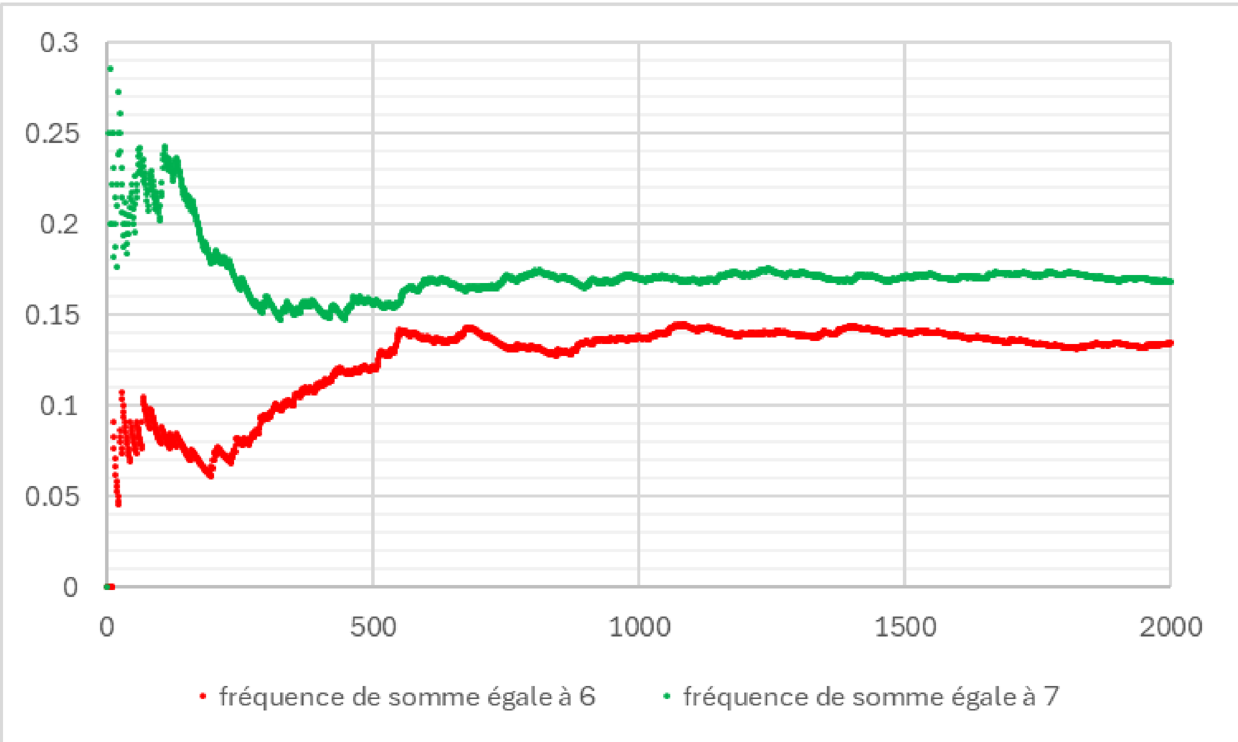
Activité 2 – Le paradoxe du Duc de Toscane

Au début des années 1600, le Duc de Toscane a remarqué, en observant de nombreuses parties, que sur un jeu consistant à lancer 2 dés à 6 faces et à faire la somme des 2 faces obtenues, il était plus fréquent d'obtenir une somme égale à 7 qu'à 6. Le paradoxe réside dans le fait qu'il y a pourtant autant de façons d'écrire 6 que 7 en faisant la somme de 2 entiers entre 1 et 6 :

$6=5+1=4+2=3+3$ soit 3 possibilités
$7=6+1=5+2=4+3$ soit 3 possibilités

À l'époque, le Duc de Toscane a demandé au célèbre Galilée d'expliquer ce paradoxe. Aujourd'hui, c'est vous qui allez l'expliquer.

1. Une simulation de 2000 parties a été réalisée à l'aide d'un tableur (Galilée ne pouvait bien sûr par faire cela à l'époque). L'évolution de la fréquence de somme égale à 6 et à 7 en fonction de la taille de l'échantillon est donnée sur le graphique ci-après.



1.1. Déduire du diagramme précédent la probabilité d'obtenir un 6 notée $P(6)$ ainsi que la probabilité d'obtenir un 7 notée $P(7)$. **Justifier** la réponse.

1.2. À l'aide des réponses à la question précédente, **expliquer** si les observations du Duc de Toscane sont correctes.

Utilisation d'un tableau à double entrée

Un tableau à double entrée permet de dénombrer de manière exaustive toutes les combinaisons possibles lors d'une expérience aléatoire Cours 3.

2.1. **Reproduire** et **compléter** le tableau à double entrée ci-après qui permet de déterminer toutes les issues possibles lors du lancers de 2 dés à 6 faces. Chaque case doit contenir la somme des 2 faces qui lui corresponde.

		Dé 1					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Dé 2	**1**						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

2.2. **Compter** le nombre de combinaisons possibles.

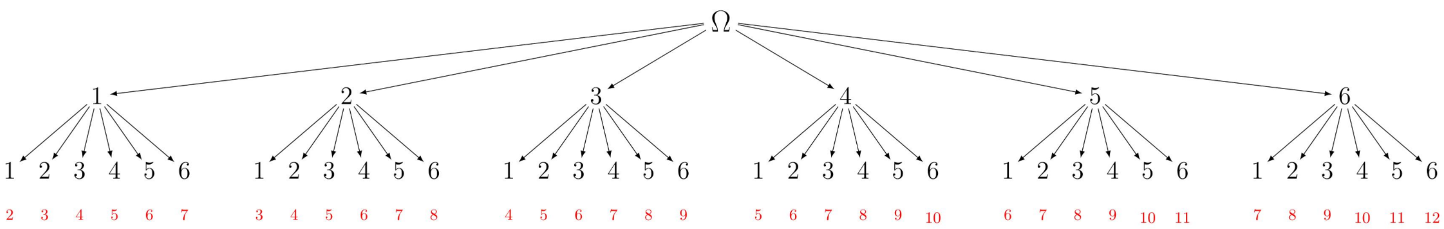
3.1. **Compter** le nombre de combinaisons qui donnent une somme de 6. **Calculer** la probabilité d'obtenir un 6 notée $P(6)$ (arrondir au millième).

3.2. **Compter** le nombre de combinaisons qui donnent une somme de 7. **Calculer** la probabilité d'obtenir un 7 notée $P(7)$ (arrondir au millième).

4. À l'aide des réponses aux questions 3.2 et 3.3, **expliquer** si les observations du Duc de Toscane sont correctes.

Utilisation d'un arbre de probabilités

Un arbre de probabilités permet également de dénombrer de manière exaustive toutes les combinaisons possibles lors d'une expérience aléatoire Cours 3. On donne ci-après, l'arbre de probabilités correspondant à la situation étudiée. La somme des 2 dés est écrite en bas de chaque branche en rouge.



5. **Compter** le nombre de combinaisons possibles au total.

6.1. **Compter** le nombre de combinaisons qui donnent une somme de 6. **Calculer** la probabilité d'obtenir un 6 notée $P(6)$ (arrondir au millième).

6.2. Compter le nombre de combinaisons qui donnent une somme de 7. **Calculer** la probabilité d'obtenir un 7 notée $P(7)$ (arrondir au millième).

7. Indiquer si le tableau à double entrée et l'arbre donnent les mêmes résultats.

Exercices

Exercice 1

On lance un dé truqué comportant 6 faces numérotées de 1 à 6. Les probabilité d'obtenir chaque face sont les suivantes :

Issue	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,1	0,2		0,1	0,2	0,3

1. Calculer la probabilité d'obtenir la face 3.

2. Calculer la probabilité d'obtenir un nombre pair.

3. Calculer de 2 façons différentes la probabilité d'obtenir un nombre impair.

4.1. Calculer la probabilité d'obtenir un multple de 5.

4.2. Calculer la probabilité de ne pas obtenir un multple de 5.

1.1. Expliquer si c'est une expérience aléatoire. **Justifier** la réponse.

Exercice 2

On choisit de façon aléatoire un nombre entier n tel que $n \in [2;21]$.

1. Indiquer comment se lit l'écriture : $n \in [2;21]$.

2. Déterminer le nombre d'issues possibles.

3. Calculer la probabilité d'obtenir le nombre 1.

4. Calculer la probabilité d'obtenir le nombre 4.

5. Calculer la probabilité d'obtenir un multiple de 3.

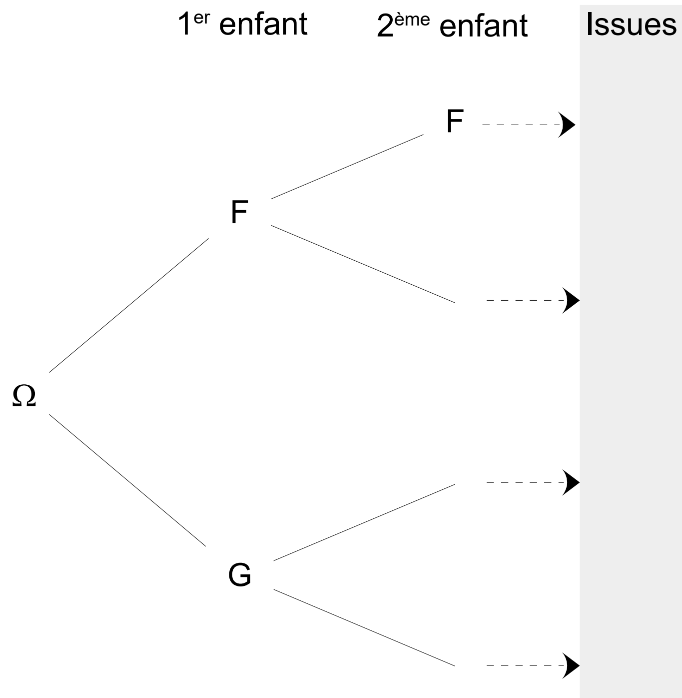
6. Calculer la probabilité de l'événement $n>22$.

7. Calculer la probabilité de l'événement $n \leqslant 21$.

Exercice 3

En langage probabiliste, la naissance d'un enfant peut être considérée comme une expérience aléatoire où deux issues sont possibles : fille ou garçon. On suppose que chacune de ces issues a autant de chances que l'autre de se réaliser. On note F l'événement « naissance d'une fille » et G l'événement « naissance d'un garçon ».

1.1. Reproduire et **compléter** l'arbre de probabilités pour une famille de 2 enfants et écrire l'issue après chaque branche terminale.



1.2. Reproduire et **compléter** le tableau à double entrée pour la même famille de 2 enfants.

		1er enfant	
		F	**G**
2ème enfant	**F**		
	G		

2. Indiquer le nombre d'issues possibles.

3. Calculer la probabilité que dans la famille, les deux enfants soient de sexes différents.

4. On s'intéresse à une famille de trois enfants.

4.1. Pour dénombrer toutes les issues possibles, **indiquer** s'il faut faire un arbre de probabilités ou un tableau à double entrée.

4.2. Dénombrer toues les issues possibles.

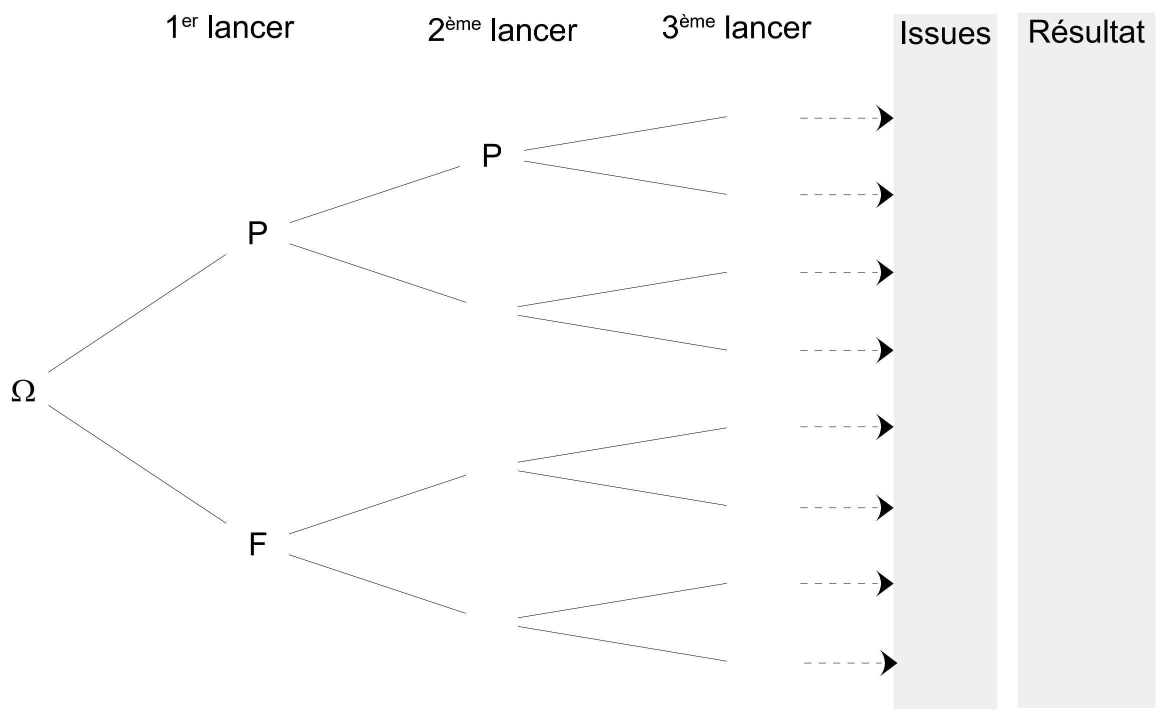
4.3. Calculer la probabilité que dans une famille de trois enfants, il y ait deux enfants de sexes différents. Justifier la démarche par

MAES Olivier

Exercice 4

Dans un jeu de PILE ou FACE on lance 1 pièces 3 fois de suite. À chaque PILE, le joueur gagne 4 points et à chaque FACE il perd 3 points.

1. Reproduire et **compléter** l'arbre de probabilités de cette expérience aléatoire et écrire l'issue après chaque branche terminale..



2. Donner le nombre d'issues.

3. Calculer le résultat (gain ou perte) pour chaque issue.

4. Calculer la probabilité que le joueur obtienne 5 points.

Exercice 5

Une classe de seconde compte 30 élèves. Certains sont externes, les autres sont demi-pensionnaires. Le tableau ci-dessous donne la composition de la classe.

	Garçon	**Fille**	**Total**
Externe		5	
Demi-pensionnaire	8	12	
Total			30

1. Reproduire et **compléter** le tableau.

2. On choisit un élève au hasard dans la classe. Les réponses seront données sous forme fractionnaire et décimale arrondie au millième si nécessaire.

2.1. Calculer la probabilité que l'élève soit un garçon.

2.2. Calculer la probabilité que l'élève soit demi-pensionnaire.

2.3. Calculer la probabilité que l'élève soit une fille externe.

2.4. Calculer la probabilité que l'élève soit un garçon externe ou une fille demi-pensionnaire.

Exercice 6

Une course à vélo compte 80 participants, dont 32 femmes et 48 hommes.
Les femmes portent des dossards rouges numérotés de 1 à 32.
Les hommes portent des dossards verts numérotés de 1 à 48.

1. Calculer le pourcentage de femmes participant.

2. Un animateur tire au hasard le dossard d'un participant pour remettre un prix de consolation. Soit les événements V « Le dossard est vert » et M « Le numéro du dossard est un multiple de 10 ». Les réponses seront données sous forme fractionnaire et décimale arrondie au millième si nécessaire.

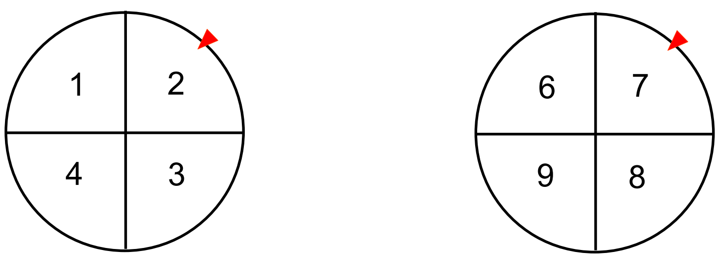
2.1. Calculer la probabilité de l'événement V.

2.2. Calculer la probabilité de l'événement M.

2.3. L'animateur annonce que le numéro du dossard est un multiple de 10. **Calculer** la probabilité qu'il appartienne à une femme.

Exercice 7

On fait tourner 2 roues A et B composées chacune de 4 secteurs identiques (même probabilité) numérotés comme indiqué ci-après. La flèche indique pour chaque roue le secteur obtenu. On forme alors un nombre à deux chiffres dont les dizaines sont données par le résultat de la roue A et les unités par le résultat de la roue B.



Roue A Roue B

1. Indiquer si c'est une expérience aléatoire. **Justifier** la réponse.

2. Donner le résultat obtenu avec les 2 roues ci-dessus.

3. Reproduire et **compléter** le tableau ci-après pour obtenir toutes les issues possibles de cette expérience.

		Chiffre des unités			
		6	7	8	9
Chiffre des dizaines	1				
	2				
	3				
	4				

4. Donner le nombre d'issues.

5.1. Calculer la probabilité d'ontenir un nombre supèrieur à 40.

5.2. Calculer la probabilité d'obtenir un nombre pair.

5.3. Calculer la probabilité d'obtenir un multiple de 5. **Donner** le nom d'un tel événement.

5.4. Calculer la probabilité d'obtenir un nombre inférieur à 50. **Donner** le nom d'un tel événement.

Exercice 8

Compléter les tableaux croisés d'effectifs.

Effectif	B	$\overline{B}$	**Total**
A	534		660
$\overline{A}$		38	
Total			1268

Effectif	B	$\overline{B}$	**Total**
A	11		36
$\overline{A}$			80
Total	67		

Effectif	B	$\overline{B}$	**Total**
A	1700	645	
$\overline{A}$			
Total		1675	4500